



13.4 课题学习 最短路径问题



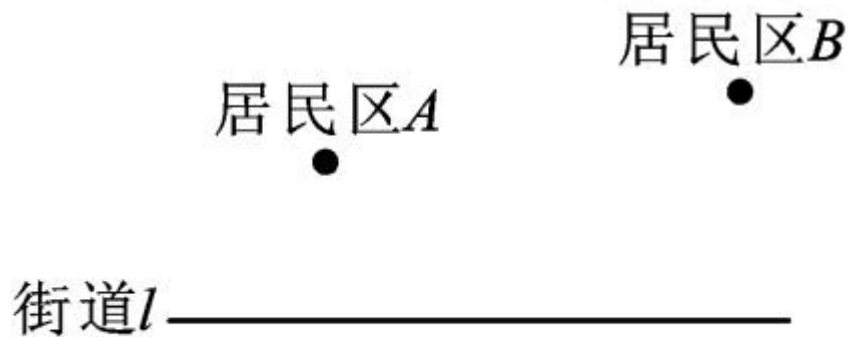
A 自主课堂

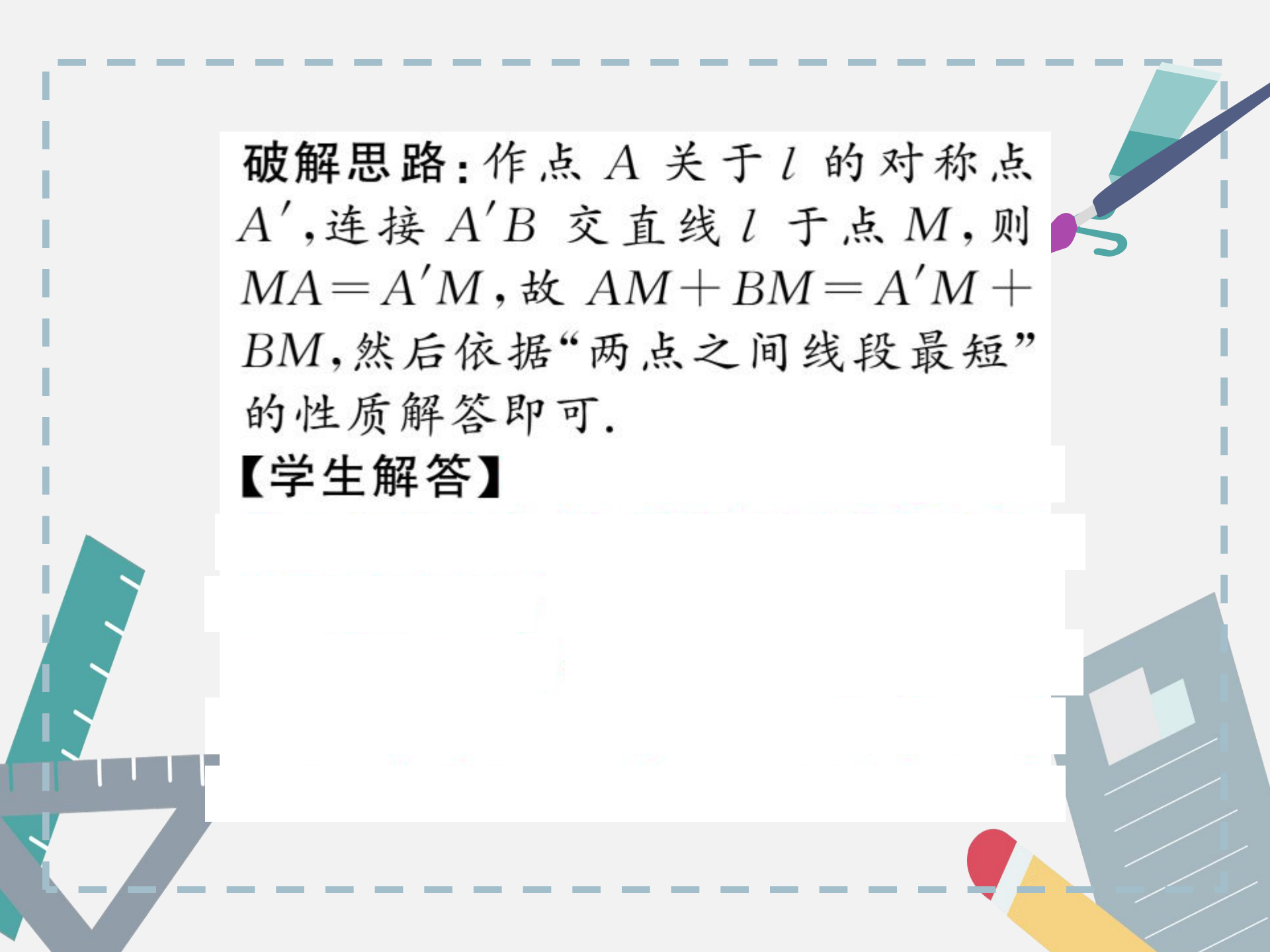
【要点导航】

- ① 关于“两点的所有连线中， 最短”，“连接直线外一点与直线上各点的所有线段中， 最短”等问题，我们称它们为最短路径问题。
- ② 在解决最短路径问题时，通常利用 等变化把已知问题转化为容易解决的问题，从而作出最短路径的选择。

【经典导学】

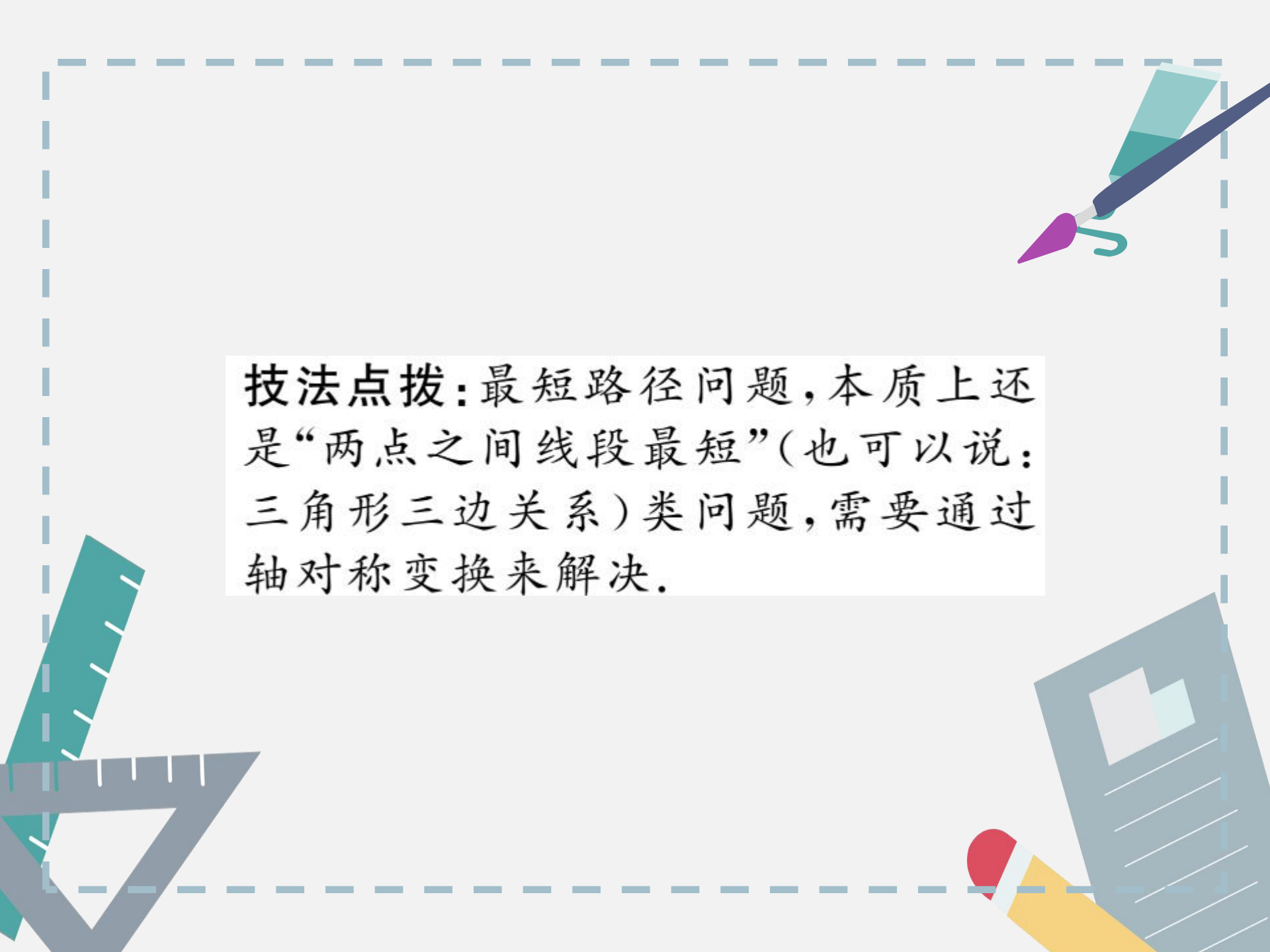
【例 1】（教材 P₈₅ 问题 1 变式）如图，要在街道 l 旁修建一个牛奶站，向居民区 A, B 提供牛奶，牛奶站应建在什么地方，才能使 A, B 到它的距离之和最短？





破解思路：作点 A 关于 l 的对称点 A' ，连接 $A'B$ 交直线 l 于点 M ，则 $MA = A'M$ ，故 $AM + BM = A'M + BM$ ，然后依据“两点之间线段最短”的性质解答即可。

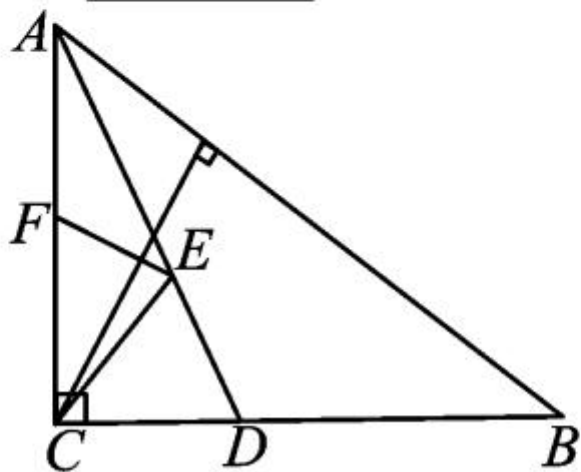
【学生解答】



技法点拨：最短路径问题，本质上还是“两点之间线段最短”（也可以说：三角形三边关系）类问题，需要通过轴对称变换来解决。

【易错易混】不能准确应用“垂线段最短”解决问题.

【例 2】 如图, 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$, AD 平分 $\angle CAB$, 交 BC 于点 D . E, F 分别是 AD, AC 上的动点, 则 $CE + EF$ 的最小值为 _____.



【学生解答】

B 固本夯基 —— 逐点练

知识点 最短路径问题

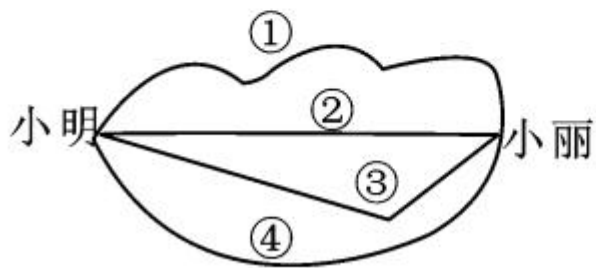
1. 如图,小明到小丽家有四条路,其中路程最短的是 ()

A. ①

B. ②

C. ③

D. ④



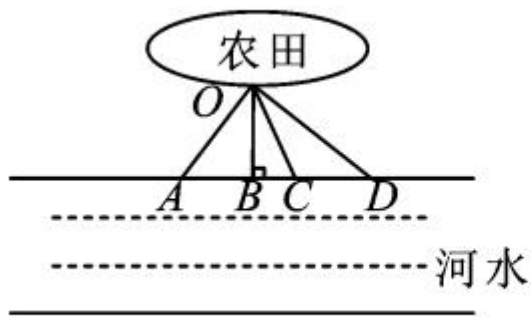
第 1 题图

2. (核心素养·问题解决)如图,某村计划挖一条水渠将不远处的河水引到农田(记作点 O),以便对农田进行灌溉,现设计了四条路线,其中最短的是 ()

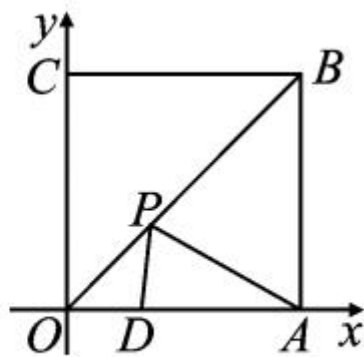
- A. OA B. OB C. OC D. OD

3. 如图,四边形 $OABC$ 为正方形,边长为3,点 A 、 C 分别在 x 轴, y 轴的正半轴上,点 D 在 OA 上,且 D 的坐标为 $(1,0)$, P 是 OB 上的一动点,则“求 $PD+PA$ 和的最小值”要用到的数学依据是 ()

- A. “两点之间,线段最短”
 B. “轴对称的性质”
 C. “两点之间,线段最短”以及“轴对称的性质”
 D. 以上答案都不正确



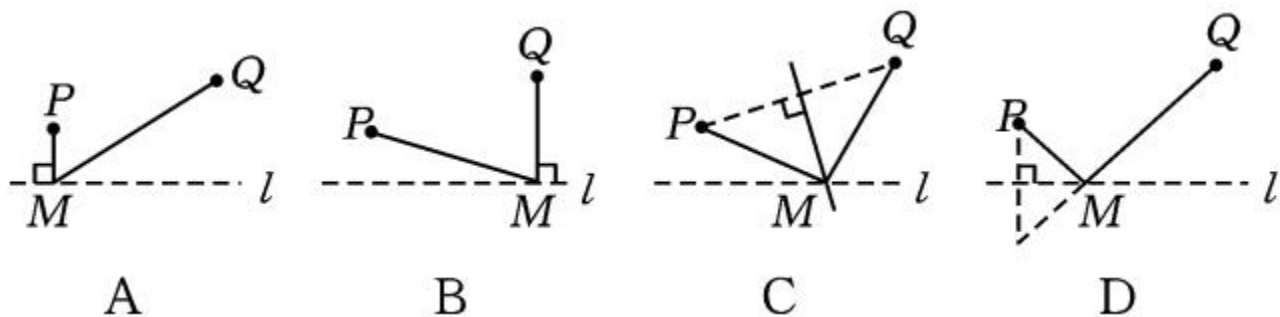
第2题图



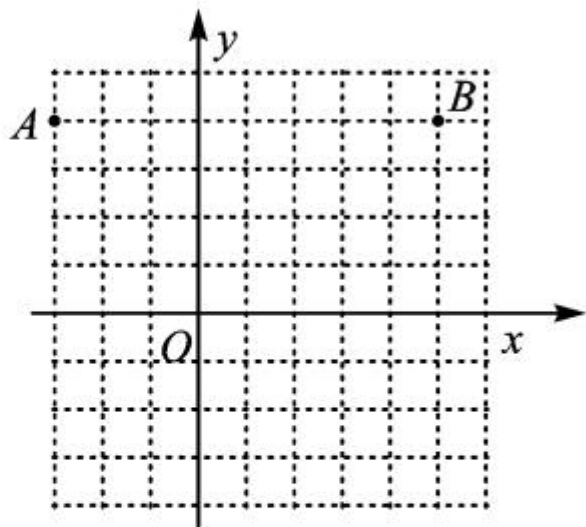
第3题图



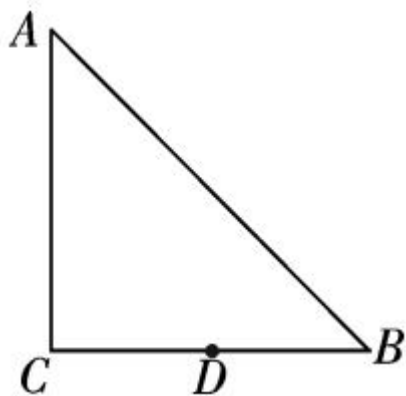
4. (教材 P₉₃ T₁₅ 变式) 如图, 直线 l 是一条河, P 、 Q 是两个村庄, 欲在 l 上的某处修建一个水泵站, 分别向 P 、 Q 两地供水, 现有如下四种铺设方案, 图中实线表示铺设的管道, 则所需管道最短的是 ()



5. 如图,在平面直角坐标系中,已知点 $A(-3,4)$, $B(5,4)$,在 x 轴上找一点 P ,使 $PA+PB$ 最小,则点 P 的坐标为_____.



第 5 题图



第 6 题图

6. 如图,在等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, D 是 BC 边上的中点, E 是 AB 边上的一动点,要使 $EC+ED$ 最小,请找出点 E 的位置.



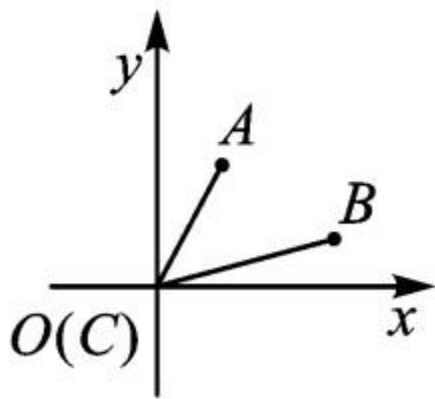
整

合

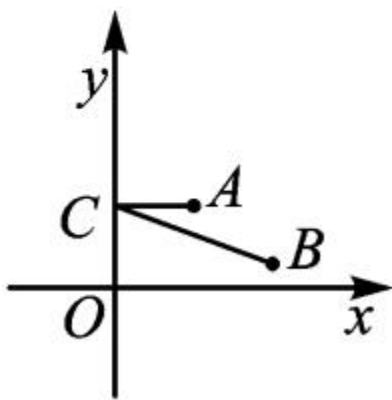
运用

——提能力

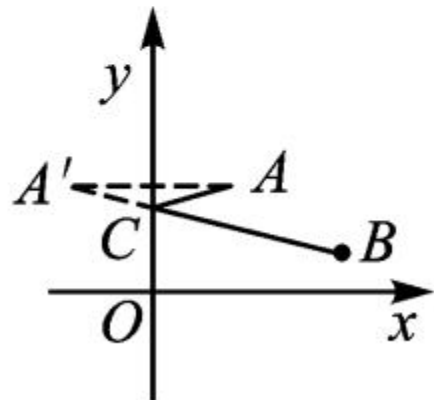
7. 已知在平面直角坐标系中有 A, B 两点, 要在 y 轴上找一点 C , 使得它到 A, B 两点的距离之和最小, 现有如下四种方案, 其中正确的是 ()



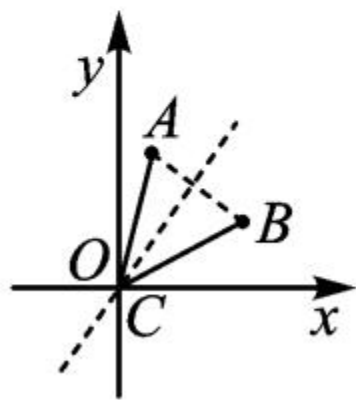
A



B

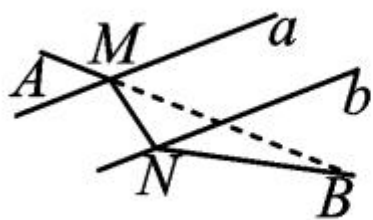


C

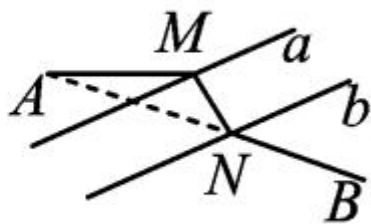


D

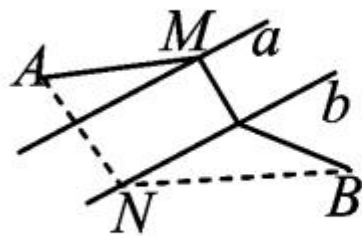
8. 有一条以互相平行的直线 a, b 为岸的河流, 其两侧有村庄 A 和村庄 B , 现在要在河上建一座桥梁 MN (桥与河岸垂直), 使两村庄之间的距离最短, 从作图痕迹上来看, 正确的是 ()



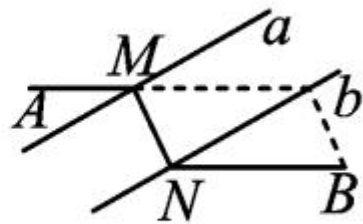
A



B

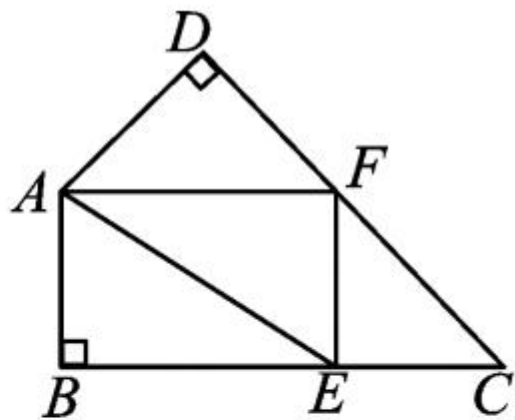


C



D

9. (上海市上宝中学单元卷) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle C = 50^\circ$, $\angle B = \angle D = 90^\circ$, 点 E, F 分别是 BC, DC 上的点, 当 $\triangle AEF$ 的周长最小时, $\angle EAF$ 的度数为



第 9 题图

- ()
- A. 50° B. 60°
 C. 70° D. 80°

10. 已知,如图,在直线 l 的同侧有两点 A, B .

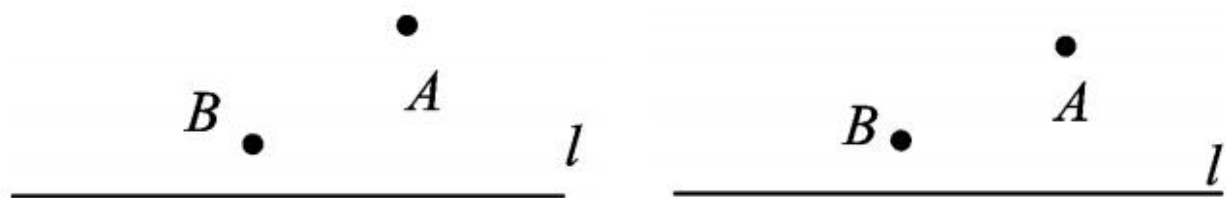


图1

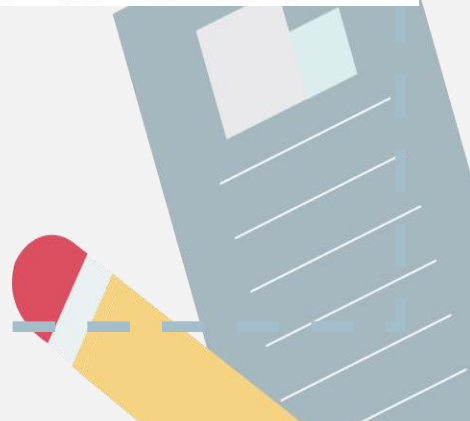
图2

第 10 题图

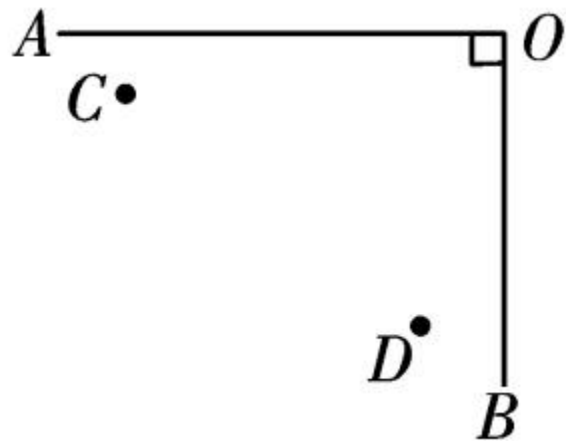
- (1) 在图 1 的直线上找一点 P , 使 $PA + PB$ 最短;
- (2) 在图 2 的直线上找一点 P , 使 $PA - PB$ 最长.



11. 八(2)班举行元旦文艺晚会,桌子摆成两条直线(如图中所示的 AO, BO), AO 桌面上摆满了桔子, OB 桌面上摆满了糖果. 坐在 C 处的小花先拿桔子再拿糖果, 然后送给 D 处的小红, 最后回到 C 处. 请你帮助她设计一条行走路线, 使其所走的总



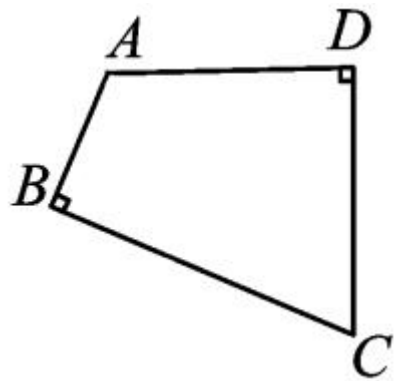
路程最短. (尺规作图, 并写出作法, 不需说明理由)



第 11 题图

D 思维拓展 —— 练素养

12. 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 120^\circ$, $\angle B = \angle D = 90^\circ$, 在 BC, CD 上分别找一点 M, N , 使 $\triangle AMN$ 周长最小, 求 $\angle AMN + \angle ANM$ 的度数.



第 12 题图

